Inhalt der Vorlesung Experimentalphysik II

Teil 1: Elektrizitätslehre, Elektrodynamik

1. Elektrische Ladung und elektrische Felder
2. Kapazität
3. Elektrischer Strom
4. Magnetostatik
5. Elektrodynamik
6. Schwingkreise und Wechselstrom

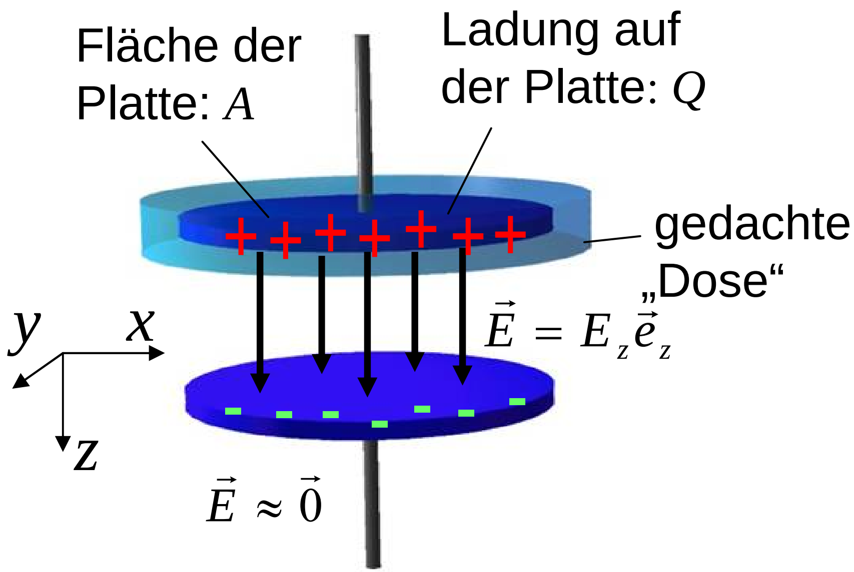
Teil 2: Optik

7. Elektromagnetische Wellen
8. Optik

2 Kapazität

2.1 Plattenkondensator

Man denke sich eine Platte von einer flachen, zylindrischen Dose umgeben:



Auf der oberen Platte befindet sich die Ladung $+Q$, auf der unteren $-Q$. Außerhalb der Platten verschwindet das Feld näherungsweise.

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_z \end{pmatrix} \quad \text{mit } E_z = \text{const.}$$

Der Fluss durch die Dose ist dann:

$$\oint\!\!\oint_{\text{Dose}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \underbrace{\iint_{\text{oben}} \vec{E} \cdot d\vec{A}}_{=0,\text{ da } \vec{E}=\vec{0}} + \iint_{\text{unten}} \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$+ \underbrace{\iint_{\text{Seite}} \vec{E} \cdot d\vec{A}}_{=0,\text{ Symmetrie!}}$$

$$= \iint_{\text{unten}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \iint_{\text{unten}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} dA$$

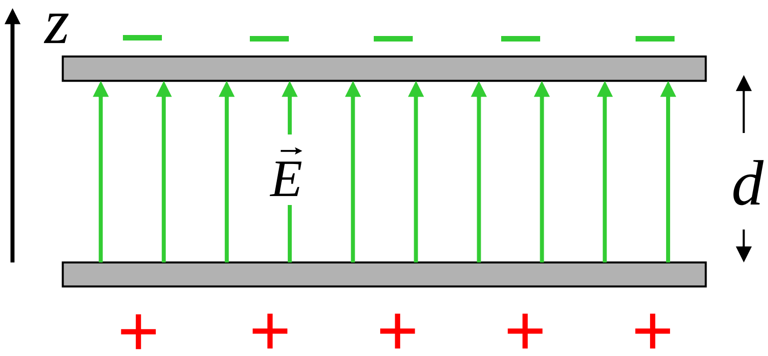
$$\oiint_{\text{Dose}} \vec{E}\cdot d\vec{A} = \iint_{\text{unten}} E_z\, dA$$

$$= E_z \iint_{\text{unten}} dA = E_z\, A$$

$$= \frac{Q}{\varepsilon_0} \qquad \text{(1. Maxwell-Gleichung)}$$

$$\Rightarrow \quad E_z = \frac{Q}{A\varepsilon_0}$$

Beispiel: Elektrisches Feld und Potential eines Plattenkondensators



Zwei parallele, entgegengesetzt geladene (unendliche große) Metallplatten, die im Abstand d voneinander aufgestellt werden, bilden einen Kondensator. Aus Symmetriegründen ist:

(i) $\vec{E} \parallel \vec{e}_z$

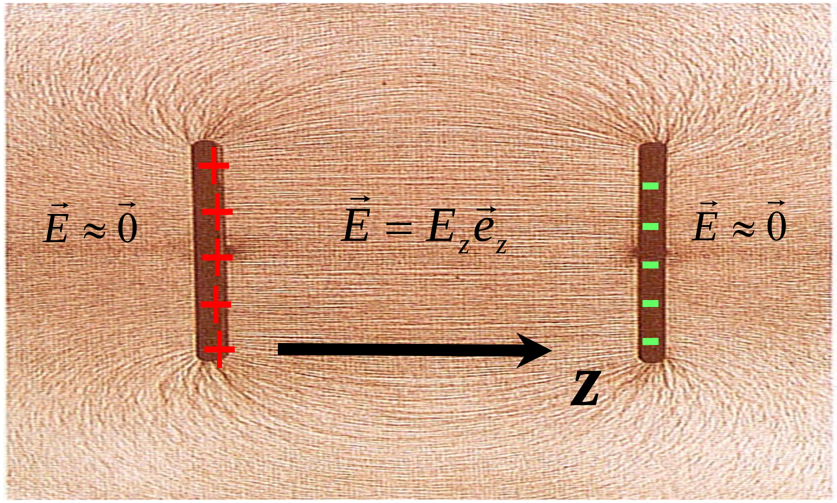
(ii) $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0 = \overrightarrow{const.}$

Die Potentialdifferenz bzw. Spannung zwischen den beiden Platten ist:

$$\Delta U = \int_0^d E(z)\, dz = E_0 \int_0^d dz = E_0\, d$$

Legt man umgekehrt zwischen den Platten eine Spannung ΔU an, dann herrscht im Inneren das Feld:

$$E_0 = \frac{\Delta U}{d}$$



2.2 Kapazität und Energiedichte

Wir hatten bereits das Feld als Funktion der Spannung U zwischen den Platten im Abstand d berechnet:

$$E_z = \frac{U}{d} \quad \Rightarrow \quad \frac{U}{d} A = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Bei einem Kondensator ist die Kapazität C definiert durch:

$$C = \frac{Q}{U}$$

Sie ist ein Maß dafür, wie viel Ladung man in einem Kondensator bei konstanter Spannung speichern kann.

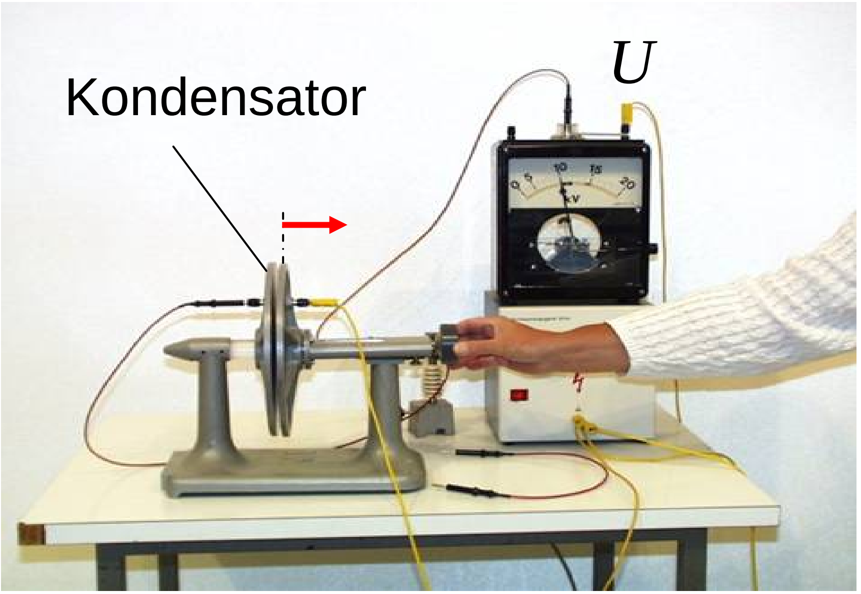
Für die Kapazität C eines Plattenkondensators mit den Flächen A, die sich in einem Abstand d voneinander befinden, ergibt sich also:

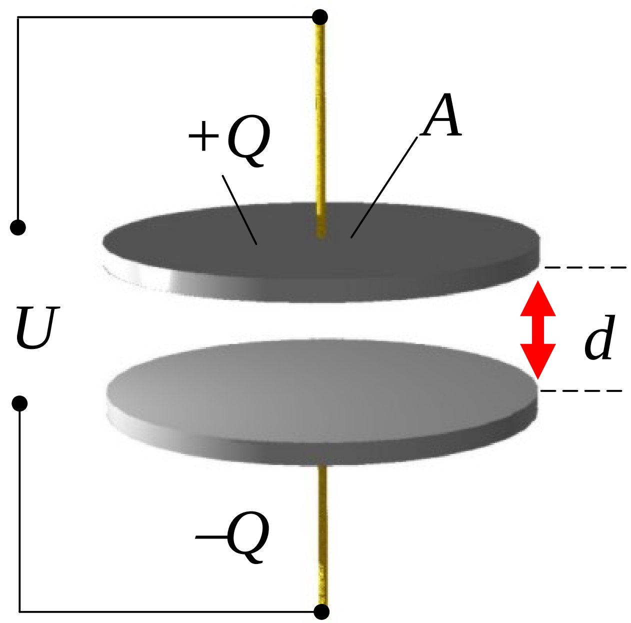
$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

Die Einheit der Kapazität ist:

$$[C] = 1\,\mathrm{F} = 1\ \mathrm{Farad} \; = \; 1\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{V}}$$

Versuch: Plattenkondensator





Der Kondensator wird auf eine Spannung von U = 5 kV aufgeladen und keine weiteren Ladungen zugefügt. Wenn man den Abstand d der Platten vergrößert, dann steigt die Spannung U an.

Aus

$$C = \frac{Q}{U} = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

folgt

$$U = \frac{Q\,d}{\varepsilon_0 A} \quad \overset{Q=\text{const.}}{\Rightarrow} \quad U \propto d$$

Energiedichte

Zur Herleitung der Energiespeicherdichte ρ_W wird die Arbeit dW berechnet, um die Ladungsmenge dq von einer auf die andere Platte zu transportieren:

$$dW = \int_0^d \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_0^d F\, dr$$

$$= dq \int_0^d E\, dr = dq\, U$$

Die gesamte Arbeit W ist

$$W = \int_0^{Q_{ges}} dW = \int_0^{Q_{ges}} U(q)\, dq$$

$$= \int_0^{Q_{ges}} \frac{q}{C} dq = \frac{Q_{ges}^{\;2}}{2C} = \frac{1}{2} C U^2$$

In einem Kondensator mit der Plattengröße A und dem Volumen $V{=}Ad$ ist also die Energie W gespeichert. Daraus ergibt sich die Energiedichte:

$$\rho_W = \frac{W}{V} = \frac{1}{2} \frac{CU^2}{V}$$

$$= \frac{1}{2} \varepsilon_0 \frac{A}{d} U^2 / (Ad)$$

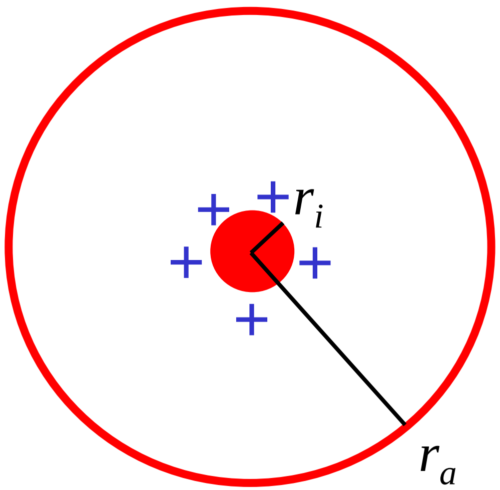
$$= \frac{1}{2} \varepsilon_0 U^2 / d^2$$

$$= \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2$$

2.3 Zylinderkondensator

Betrachtet werden zwei (unendlich) lange Zylinder mit den Radien r_i und r_a. Die Ladung Q auf dem (inneren) Draht kann als Linienladungsdichte λ (Ladung pro Länge l) dargestellt werden:

$$\lambda = \frac{Q}{l}$$



Das elektrische Feld E eines langen geraden Drahtes folgt aus dem Gauß-schen Satz:

$$\phi = \oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint_{\substack{Zylinder-\\mantel}} \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$= E\, 2\pi\, r\, l = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda\, l}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r}$$

Für die Spannung U gilt dann

$$U = \int_{r_i}^{r_a} \vec{E}(r) \cdot d\vec{r} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{l} \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)$$

Damit erhält man die Kapazität

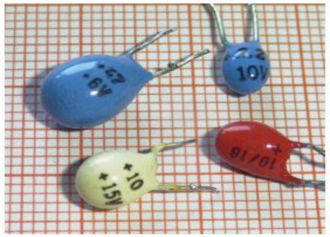
$$C = \frac{Q}{U} = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln(r_a / r_i)}$$

Beispiele von Kondensatoren in der technischen Anwendung:

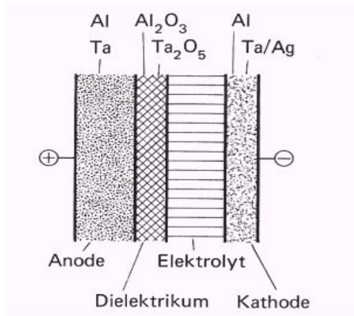
Folienwickel-Kondensatoren

„axial“
bedrahtet

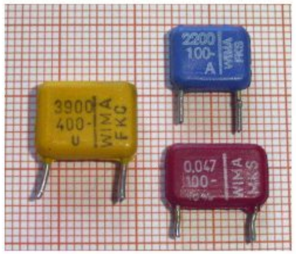
Tantal-Elkos

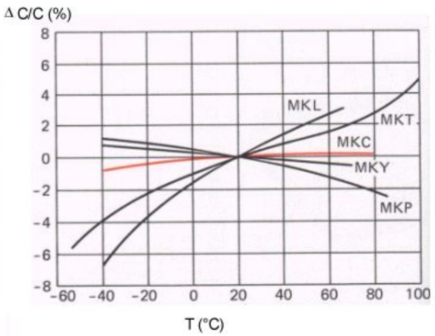


+ Seite gekennzeichnet

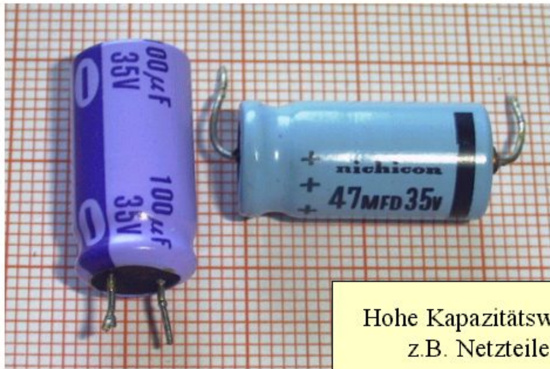


Kunststoff-Folienkondensatoren



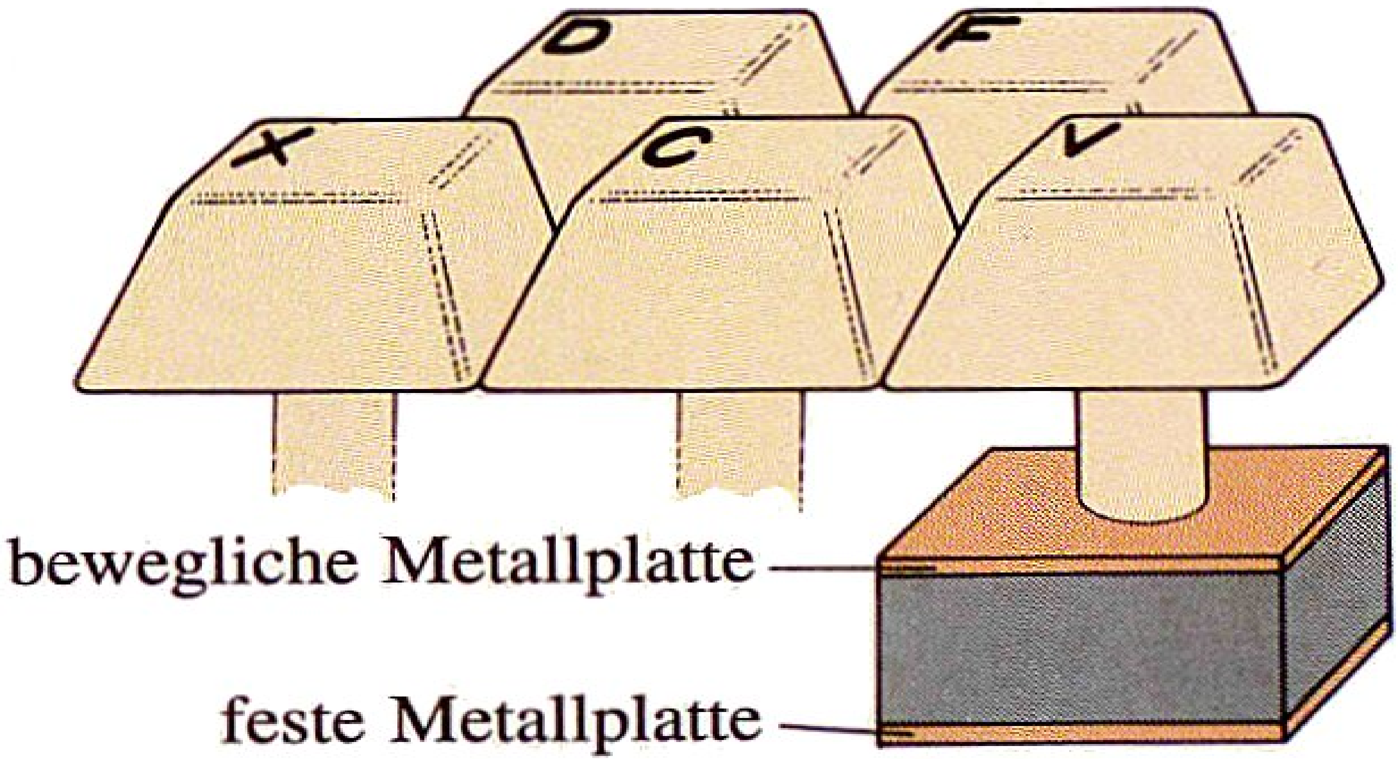


Elektrolyt-Kondensatoren (Elko)



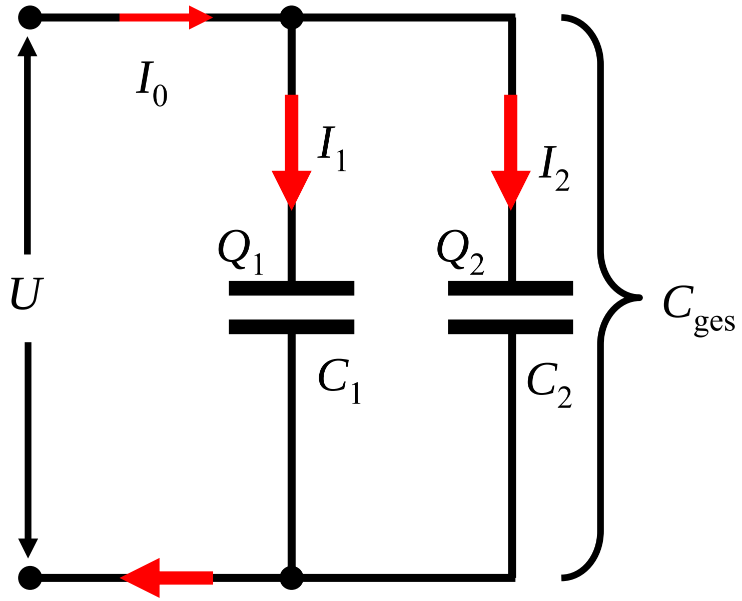
Hohe Kapazitätswerte
z.B. Netzteile

Beispiel: Anwendung von Kondensatoren für Computertastaturen



2.4 Parallel- und Reihenschaltung

(i) Parallelschaltung von Kondensatoren



Für jeden einzelnen Kondensator gilt:

$$Q_1 = C_1 U \quad Q_2 = C_2 U$$

Die Gesamtladung auf den Kondensator-platten ist:

$$\begin{aligned} Q_{ges} &= Q_1 + Q_2 \\ &= C_1 U + C_2 U = (C_1 + C_2) U \\ &= C_{ges} U \end{aligned}$$

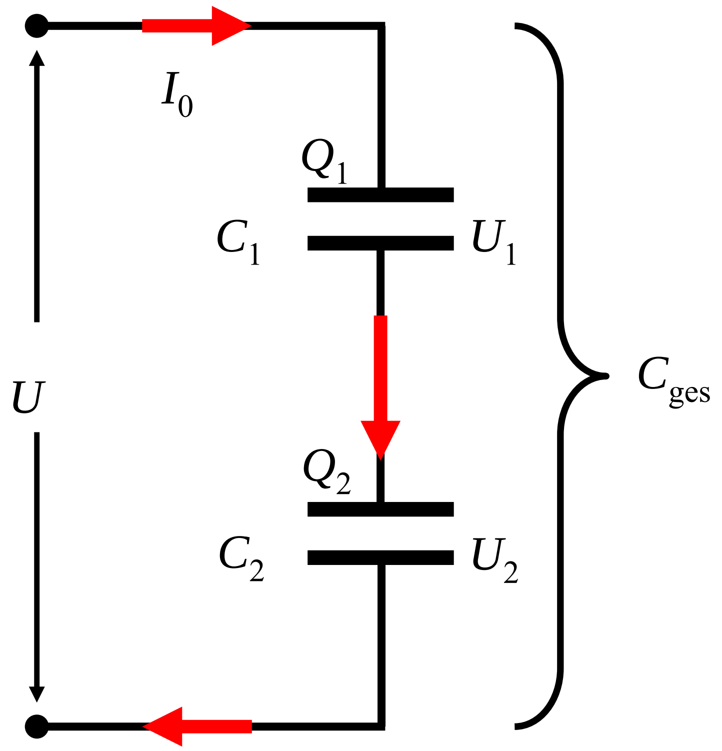
Daraus folgt sofort:

$$C_{ges} = C_1 + C_2$$

Dies lässt sich einfach auf N parallel geschaltete Kondensatoren verallgemeinern. Es ergibt sich:

$$C_{ges} = \sum_{i=1}^{N} C_i$$

(ii) Serienschaltung von Kondensatoren



Für jeden einzelnen Kondensator gilt jetzt (mit $Q_1 = Q_2 = Q$):

$$Q = C_1 U_1 \qquad Q = C_2 U_2$$

Die Gesamtspannung setzt sich aus den Einzelspannungen zusammen:

$$U = U_1 + U_2 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

$$= Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) = Q\frac{1}{C_{\mathrm{ges}}}$$

Daraus folgt sofort:

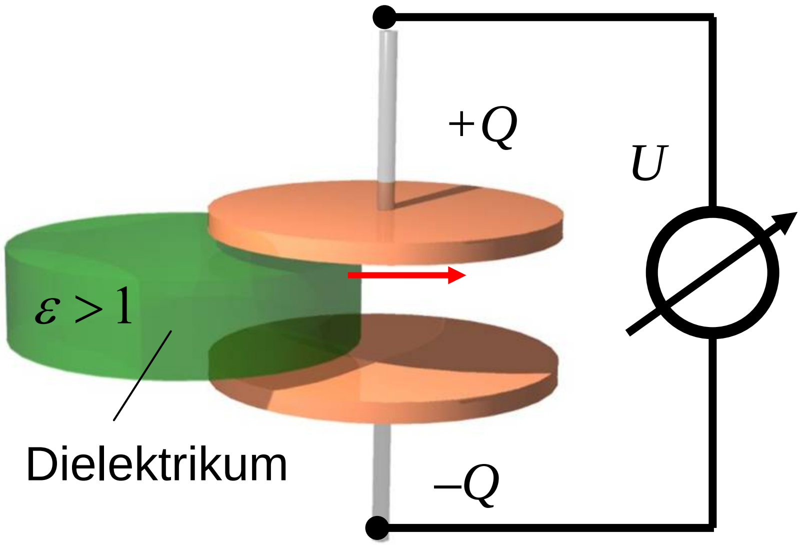
$$\frac{1}{C_{\mathrm{ges}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Dies lässt sich wieder einfach auf N in Serie geschaltete Kondensatoren verallgemeinern. Es ergibt sich:

$$\frac{1}{C_{\mathrm{ges}}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i}$$

2.5 Elektrisches Feld in Materie

Versuch: Dielektrikum im Kondensator



Durch Einbringen eines Materials zwischen die Platten erhöht sich die Kapazität des Kondensators.

$$C = \frac{Q}{U}$$

Wir definieren die Dielektrizitäts-konstante ε eines Mediums durch den folgenden Zusammenhang:

$$\varepsilon = \frac{C_{Dielektrikum}}{C_{Vakuum}}$$

Dabei ist $C_{\text{Dielek.}}$ die Kapazität eines Plattenkondensators, der mit dem Medium zwischen den Platten aufge-füllt wurde, und C_{Vakuum} die Kapazität ohne Medium zwischen den Platten. Es ist immer $\varepsilon \geq 1$.

Für die Kapazität C eines Kondensa-tors mit der Fläche A und dem Platten-abstand d und einem Medium mit der Dielektrizitätskonstanten ε zwischen den Platten gilt daher:

$$C = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

Die Kapazität des Kondensators vergrößert sich also um den Faktor ε, d.h. es kann bei gleicher Spannung mehr Ladung auf den Kondensatorplatten gespeichert werden. Die Dielektrizitätskonstante (auch mit ε_r bezeichnet) eines Mediums ist materialabhängig.

Tabelle 21.1 Dielektrizitätszahlen und Durchschlagsfestigkeiten einiger Stoffe

Material	Dielektrizitätszahl ε_r	Durchschlagsfestigkeit/kV·mm^{-1}
Bakelit	4,9	24
Glas	5,6	14
Glimmer	5,4	10 – 100
Luft	1,00059	3
Neopren	6,9	12
Papier	3,7	16
Paraffin	2,1 – 2,5	10
Plexiglas	3,4	40
Polystyrol	2,55	24
Porzellan	7	5,7
Transformatorenöl	2,24	12
Wasser (20 °C)	80	

Trägt ein geladener Kondensator die Ladung Q, so sinkt beim Einbringen des Dielektrikums die Spannung U und das elektrische Feld E nimmt ab. Entsprechend dem Gaußschen Satz muss dann die effektive Gesamtladung Q_{ges} um den Faktor ε reduziert werden:

$$Q_{ges} = \frac{Q}{\varepsilon}$$

Die Differenz zwischen der aufgebrachten und effektiven Ladung ist

$$Q_P = Q - Q_{ges} = Q - \frac{Q}{\varepsilon} = Q\left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right)$$

Diese Ladung Q_P ist die so genannte Polarisationsladung, die durch das elektrische Feld im Dielektrikum erzeugt wird.

Das von "wahren" Ladungen Q herrührende Feld wird definiert als dielektrische Verschiebungsdichte:

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}$$

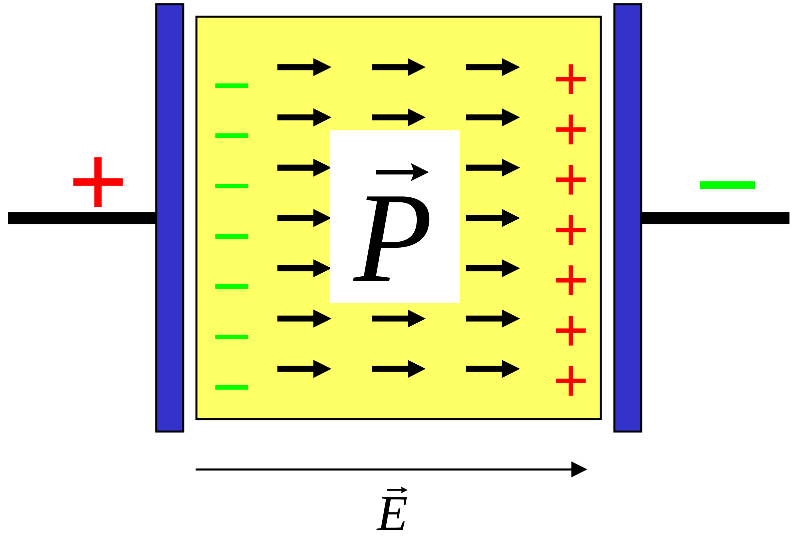
Mit dem Gaußschen Satz folgt dann:

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q$$

Die „Quellen“ von D sind also die "echten" Ladungen Q, während die Polarisationsladungen Q_P in der Dielektrizitätskonstante berücksichtigt werden.

Durch die Polarisation des Dielektrikums entsteht ein Feld P, welches dem äußeren Feld E entgegenwirkt:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

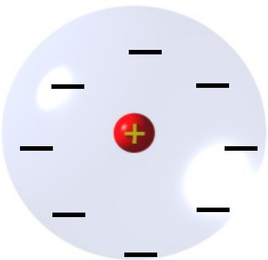


Ursache einer Polarisation können verschiedene Mechanismen wie Verschiebungspolarisation von Elektronen und Ionen oder Orientierungspolarisation von Molekülen mit permanentem Dipolmoment sein.

(i) Verschiebungspolarisation

Verschiebungspolarisation tritt bei allen Molekülen und auch bei Atomen auf. Der negative Ladungs-schwerpunkt verschiebt sich dabei in einem äußeren Feld gegenüber dem (viel schweren) positiven Kern.

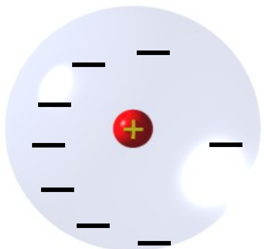
$$\left|\vec{E}\right| = 0$$

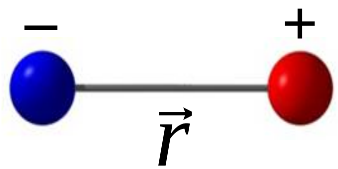


unpolarisiertes Molekül

$$\left|\vec{E}\right| \neq 0$$

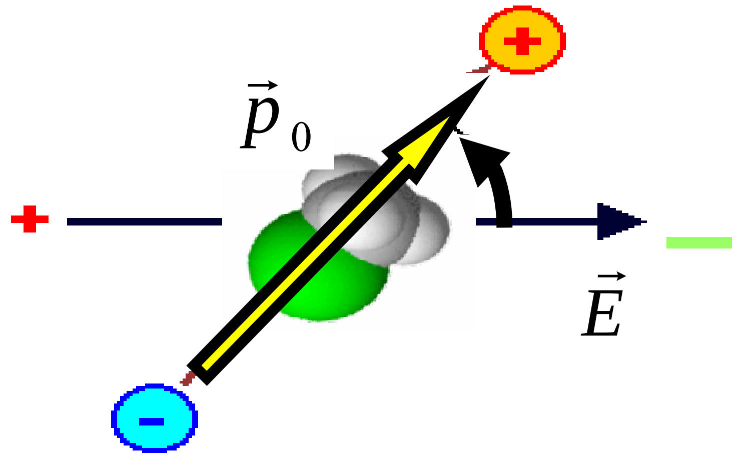
polarisiertes Molekül: elektrischer Dipol





(ii) Orientierungspolarisation

Permanente Dipole in Materie richten sich im elektrischen Feld aus.



Beispiel: Wasser als permanenter Dipol

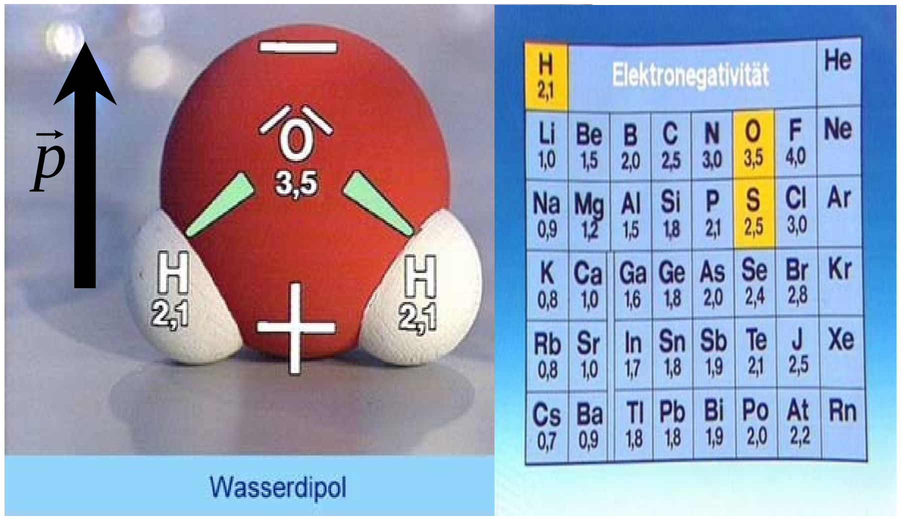
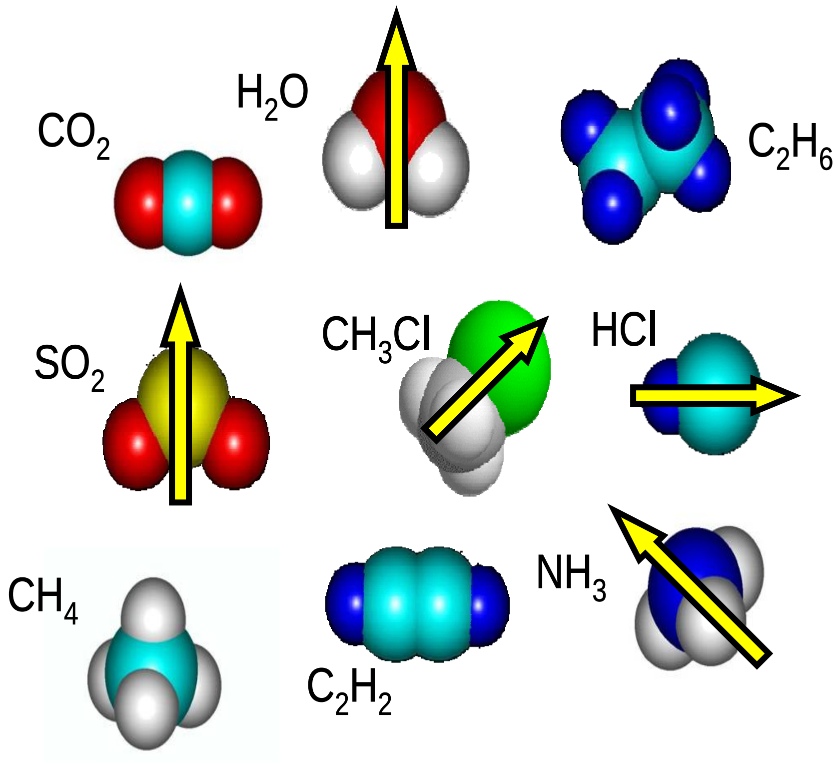


Tabelle 13.1: Elektronische Polarisierbarkeiten einiger Ionen in $10^{-24}\,\mathrm{cm}^3$.

			He	Li^+	Be^{2+}	B^{3+}	C^{4+}
Pauling			0,201	0,029	0,008	0,003	0,0013
JS				0,029			
	O^{2-}	F^-	Ne	Na^+	Mg^{2+}	Al^{3+}	Si^{4+}
Pauling	3,88	1,04	0,390	0,179	0,094	0,052	0,0165
JS-(TKS)	(2,4)	0,858		0,290			
	S^{2-}	Cl^-	Ar	K^+	Ca^{2+}	Sc^{3+}	Ti^{4+}
Pauling	10,2	3,66	1,62	0,83	0,47	0,286	0,185
JS-(TKS)	(5,5)	2,947		1,133	(1,1)		(0,19)
	Se^{2-}	Br^-	Kr	Rb^+	Sr^{2+}	Y^{3+}	Zr^{4+}
Pauling	10,5	4,77	2,46	1,40	0,86	0,55	0,37
JS-(TKS)	(7)	4,091		1,679	(1,6)		
	Te^{2-}	I^-	Xe	Cs^+	Ba^{2+}	La^{3+}	Ce^{4+}
Pauling	14,0	7,10	3,99	2,42	1,55	1,04	0,73
JS-(TKS)	(9)	6,116		2,743	(2,5)		

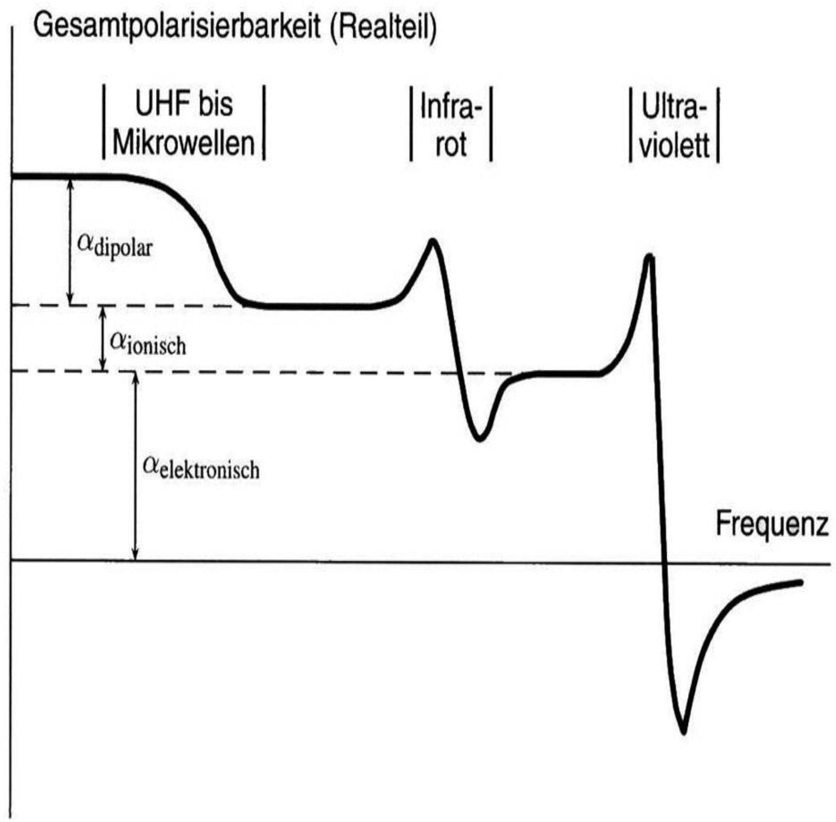
Werte von L. Pauling, Proc. Roy. Soc. (London) **A114**, 181 (1927); S.S. Jaswal und T.B. Sharma, J. Phys. Chem. Solids **34**, 509 (1973); J. Tessmann, A. Kahn und W. Shockley, Phys. Rev. **92**, 890 (1953). Die TKS-Polarisierbarkeiten gelten bei der Frequenz der Natrium D-Linien. Die Werte sind in CGS-Einheiten angegeben; um sie in SI-Einheiten zu erhalten, multipliziert man sie mit $1/9 \cdot 10^{-15}$.

Beispiele: Permanente Dipolmomente



Stoff	$p_0 \cdot 10^{-18}\ g^{1/2}\ cm^{5/2}\ s^{-1}$	Stoff	$p_0 \cdot 10^{-18}\ g^{1/2}\ cm^{5/2}\ s^{-1}$
H_2	0	CO	0,1
N_2	0	CO_2	0
O_2	0	CCl_4	0
A Ar	0	H_2O	1,9
HCl	1,03	NH_3	1,44
HBr	0,76	CH_3Cl	1,86
HJ	0,38		

Bei zeitabhängigen externen Feldern hängt die Polarisierbarkeit auch von der Frequenz des Feldwechsels ab.



In Kap. 2.2 wurde die Energiedichte des elektrischen Feldes im Plattenkondensator bestimmt. Dieses Ergebnis lässt sich auf beliebig geformte Medien übertragen. Für die Energiedichte w_E in einem beliebigen elektrischen Feld und in Materie gilt dann:

$$\rho_W = \frac{dW}{dV} = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E^2$$

Mit der dielektrischen Verschiebung kann dies auch geschrieben werden als:

$$\rho_W = \frac{dW}{dV} = \frac{1}{2} DE$$

In einem Raumbereich mit Dielektrikum ist wegen $\varepsilon > 1$ die Energiedichte höher als außerhalb.

Versuch: Flüssigkeit im Kondensator